



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Пермский государственный аграрно–технологический университет  
имени академика Д.Н. Прянишникова»  
(ФГБОУ ВО Пермский ГАТУ)**

**УТВЕРЖДАЮ:**  
Проректор по учебной  
и воспитательной работе,  
молодежной политике



**ПРОГРАММА**  
вступительных испытаний для лиц,  
поступающих на базе среднего профессионального образования  
по дисциплине «Математический анализ»

Пермь, 2023

Содержание экзаменационного задания устанавливается в соответствии с федеральными государственными образовательными стандартами среднего профессионального образования, в соответствии с направленностью (профилем) образовательных программ среднего профессионального образования, родственных программам бакалавриата, программам специалитета, на обучение по которым осуществляется прием. Вступительное испытание проводится в форме тестирования.

Экзаменационное задание содержит 25 вопросов закрытого типа.

Максимальный балл 100.

Продолжительность экзамена 90 минут.

## **1. НАЧАЛО МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

Производная. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной, физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком, уравнение касательной к графику функции, производные суммы, разности, произведения, частного, производные основных элементарных функций, Вторая производная и ее физический смысл. Исследование функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков, примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Первообразная и интеграл. Первообразные элементарных функций, примеры применения интеграла в физике и геометрии.

## **2. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ (ВЕЩЕСТВЕННЫЕ) ЧИСЛА**

Аксиоматика и свойства действительных чисел. Определение множества действительных чисел. Некоторые общие алгебраические свойства действительных чисел. Аксиома полноты и существование верхней (нижней) грани числового множества. Важнейшие классы действительных чисел. Натуральные числа и принцип математической индукции. Рациональные и иррациональные числа. Принцип Архимеда. Геометрическая интерпретация множества действительных чисел и вычислительные аспекты операций с действительными числами. Основные леммы, связанные с полнотой  $R$ . Лемма о вложенных отрезках (принцип Коши – Кантора). Лемма о конечном покрытии (принцип Бореля – Лебега). Лемма о предельной точке (принцип Больцано – Вейерштрасса). Счетные и несчетные множества. Счетные множества. Мощность континуума.

## **3. ПРЕДЕЛ**

Предел последовательности. Определения и примеры. Свойства предела последовательности. Вопросы существования предела последовательности. Начальные сведения о рядах. Предел функции. Свойства предела функции. Общее определение предела функции (предел по базе). Вопросы существования предела функции.

## 4. НЕПРЕРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ

Непрерывность функции в точке. Точки разрыва. Свойства непрерывных функций. Локальные свойства. Глобальные свойства непрерывных функций.

## 5. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Дифференцируемая функция. Задача и наводящие соображения. Функция, дифференцируемая в точке. Касательная; геометрический смысл производной и дифференциала. Роль системы координат. Основные правила дифференцирования. Дифференцирование и арифметические операции. Дифференцирование композиции функций. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференцирование простейшей неявно заданной функции. Производные высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Лемма Ферма и теорема Ролля. Теоремы Лагранжа и Коши о конечном приращении. Формула Тейлора. Исследование функций. Условия монотонности функции. Условия внутреннего экстремума функции. Условия выпуклости функции. Правило Лопиталю. Построение графика функции. Комплексные числа и элементарные функции. Комплексные числа. Сходимость в  $C$  и ряды с комплексными членами формула Эйлера и взаимосвязь элементарных функций. Представление функции степенным рядом, аналитичность. Алгебраическая замкнутость поля  $C$  комплексных чисел. Примеры приложений в задачах естествознания. Движение тела переменной массы. Барометрическая формула. Радиоактивный распад, цепная реакция и атомный котел. Падение тел в атмосфере. Еще раз о числе  $e$  и функции  $e^{px}$ . Колебания. Первообразная. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные общие приемы отыскания первообразной. Первообразные рациональных функций. Первообразные вида  $\int R(\cos x, \sin x) dx$ . Первообразные вида  $\int R(x, y(x)) dx$

## 6. ИНТЕГРАЛ

Определение интеграла и интегрируемость функций. Задача и наводящие соображения. Определение интеграла Римана. Множество интегрируемых функций. Линейность, аддитивность и монотонность интеграла. Интеграл как линейная функция на пространстве  $R[a, b]$ . Интеграл как аддитивная функция отрезка интегрирования. Оценка интеграла, монотонность интеграла, теоремы о среднем. Интеграл и производная. Интеграл и первообразная. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям в определенном интеграле и формула Тейлора. Замена переменной в интеграле. Некоторые примеры. Некоторые приложения интеграла. Аддитивная функция ориентированного промежутка и интеграл. Длина пути. Площадь криволинейной трапеции. Объем тела вращения. Работа и энергия. Несобственный интеграл. Определения, примеры и основные свойства несобственных интегралов. Исследование сходимости несобственного интеграла. Несобственные интегралы с несколькими особенностями

## 7. ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Пространство  $R^m$  и классы его подмножеств. Множество  $R^m$  и расстояние в нем. Открытые и замкнутые множества в  $R^m$ . Компакты в  $R^m$ . Предел и непрерывность функции многих переменных. Предел функции. Непрерывность функции многих переменных и свойства непрерывных функций. Дифференциальное исчисление. Векторная структура в  $R^m$ .  $R^m$  как векторное пространство. Линейные отображения  $L: R^m \rightarrow R^n$ . Норма в  $R^m$ . Евклидова структура в  $R^m$ . Дифференциал функции многих переменных. Дифференцируемость и дифференциал функции в точке. Дифференциал и частные производные вещественнозначной функции. Координатное представление дифференциала отображения. Матрица Якоби. Непрерывность, частные производные и дифференцируемость функции в точке. Основные законы дифференцирования. Линейность операции дифференцирования. Дифференцирование композиции отображений. Дифференцирование обратного отображения. Основные теоремы. Теорема о среднем. Достаточное условие дифференцируемости функции многих переменных. Частные производные высшего порядка. Формула Тейлора. Экстремумы функций многих переменных. Некоторые геометрические образы, связанные с функциями многих переменных. Теорема о неявной функции. Постановка вопроса и наводящие соображения. Простейший вариант теоремы о неявной функции. Переход к случаю зависимости  $F(x^1, \dots, x^m, y) = 0$ . Теорема о неявной функции. Некоторые следствия теоремы о неявной функции. Теорема об обратной функции. Локальное приведение гладкого отображения к каноническому виду. Зависимость функций. Локальное разложение диффеоморфизма в композицию простейших. Поверхность в  $R^n$  и теория условного экстремума. Поверхность размерности  $k$  в  $R^n$ . Касательное пространство. Условный экстремум.

### Список рекомендуемой литературы:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: Учебник и практикум для СПО / И.И. Баврин. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 327 с.
2. Барбаумов, В.Е. Математический анализ: N-мерное пространство. Функции. Экстремумы: Учебник / В.Е. Барбаумов, Н.В. Попова. - М.: Инфра-М, 2018. - 480 с.
3. Воробьев, Е.М. Компьютерный практикум по математике. Математический анализ. Линейная алгебра / Е.М. Воробьев. - М.: КДУ, 2009. - 604 с.
4. Воробьев, Е.М. Компьютерный практикум по математике. Математический анализ. Линейная алгебра: Учебное пособие / Е.М. Воробьев. - М.: КДУ, 2009. - 604 с.
5. Земляков, А.Н. Математический анализ реальности / А.Н. Земляков. - М.: МЦНМО, 2013. - 360 с.
6. Иванов, О.А. Математический анализ для первокурсников / О.А. Иванов. - М.: МЦНМО, 2013. - 136 с.
7. Кирилловский, В.К. Курс высшей математики. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление. Лекции и практикум: Учебное пособие / В.К. Кирилловский. - СПб.: Лань, 2008. - 288 с.

8. Кирнев, А.Д. Курс высшей математики. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление. Лекции и практикум: Учебное пособие / А.Д. Кирнев. - СПб.: Лань П, 2016. - 288 с.

9. Козин, Р.Б. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения: Учебное пособие / Р.Б. Козин, Н.И. Кривцов, В.И. Лебедев и др. - СПб.: Лань, 2007. - 320 с.

10. Козлов, В.М. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения: Учебное пособие / В.М. Козлов. - СПб.: Лань, 2009. - 320 с.

11. Никитин, А.А. Математический анализ. углубленный курс: Учебник и практикум для академического бакалавриата / А.А. Никитин, В.В. Фомичев. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 460 с.

12. Петрушко, И.М. Курс высшей математики. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление. Лекции и практикум: Учебное пособие / И.М. Петрушко. - СПб.: Лань, 2009. - 288 с.

13. Понтрягин, Л.С. Математический анализ для школьников / Л.С. Понтрягин. - М.: Ленанд, 2019. - 104 с.

14. Сидоров, А.В. Математический анализ. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл / А.В. Сидоров. - М.: МГИУ, 2006. - 114 с.

15. Соловьев, И.А. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения: Учебное пособие / И.А. Соловьев, В.В. Шевелев, А.В. Червяков и др. - СПб.: Лань, 2009. - 320 с.

16. Шахмейстер, А.Х. Введение в математический анализ. / А.Х. Шахмейстер. - М.: МЦНМО, 2015. - 792 с.

17. Шерстнев, А.Н. Математический и функциональный анализ: Конспект лекций / А.Н. Шерстнев. - М.: Ленанд, 2018. - 376 с.

18. Шипачев, В.С. Математический анализ. Теория и практика. / В.С. Шипачев. - М.: Высшая школа, 2009. - 350 с.

19. Шипачев, В.С. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие / В.С. Шипачев. - М.: Инфра-М, 2018. - 416 с.

Начальник отдела организации приема

Н.С. Мерзляков